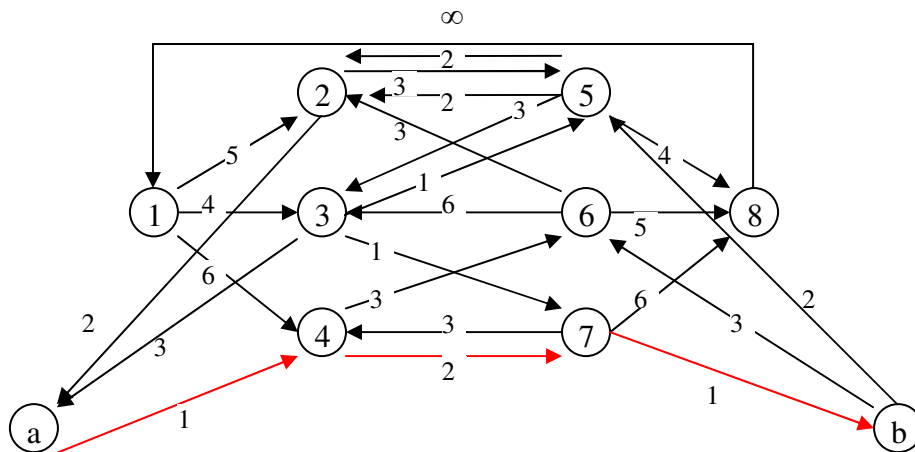
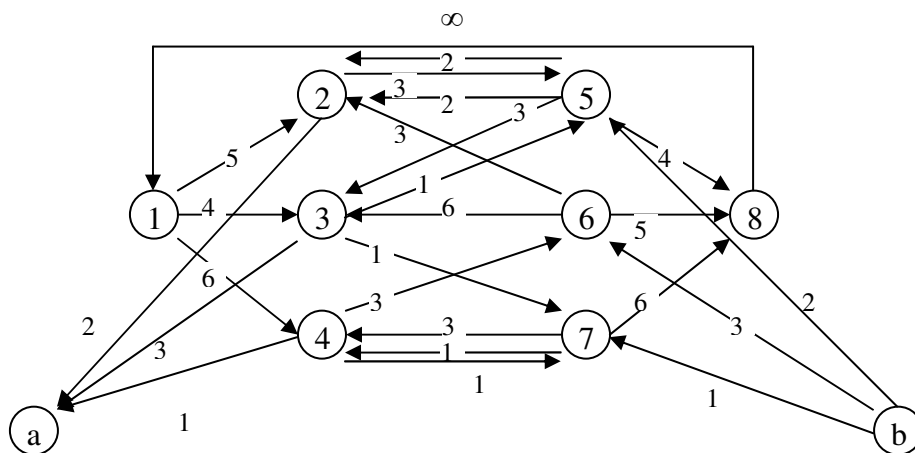


Iteración 3:



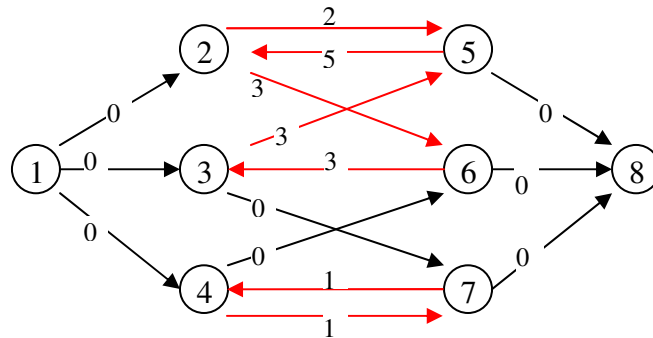
Se elige a-4-7-b con $\varepsilon = 1$

Iteración 4:



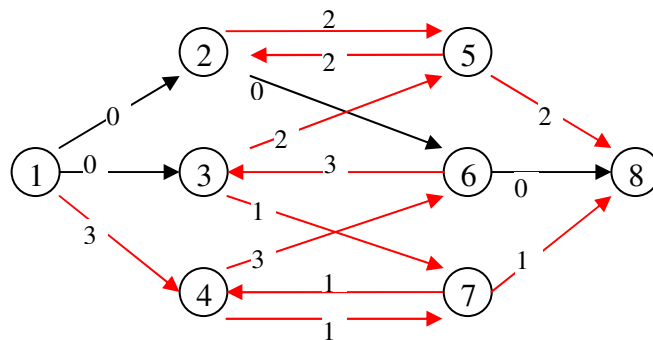
No existe ruta entre a y b \rightarrow estamos en el óptimo con $F^* = 6$ (que es igual a la suma de las capacidades inferiores de los arcos y por lo tanto es factible).

El flujo en el grafo original queda:



Observaciones:

- 1.- Esta es sólo una alternativa, existen muchos otros flujos factibles que cumplen las condiciones del problema. Dependiendo de el orden de las rutas elegidas puede cambiar la cantidad de iteraciones.
- 2.- No es necesario que en cada iteración dibujen el grafo nuevamente, lo importante es que se entienda lo que hicieron y sean consistentes.
- 3.- No es necesario hacer Fase I, se podía encontrar un flujo por inspección, por ejemplo:

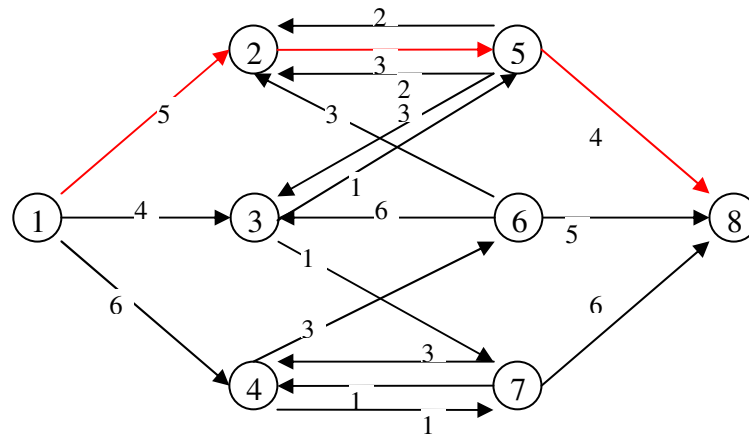


Resolución del problema original (1,5):

Partiendo del flujo encontrado con Fase 1:

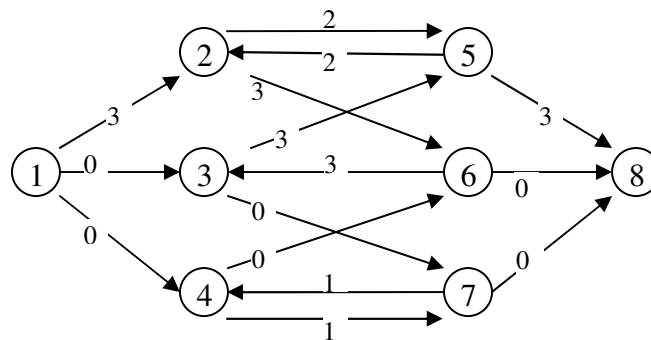
Iteración 1:

G':



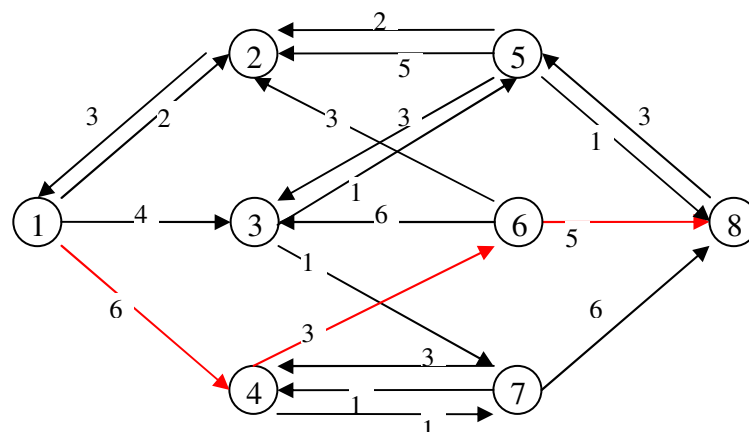
Se elige 1-2-5-8 con $\epsilon = 3$

G:



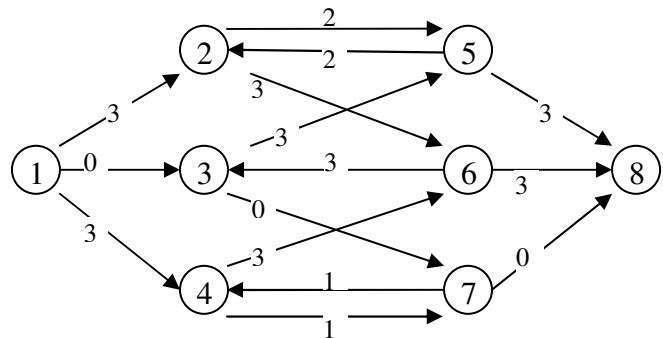
Iteración 2:

G':



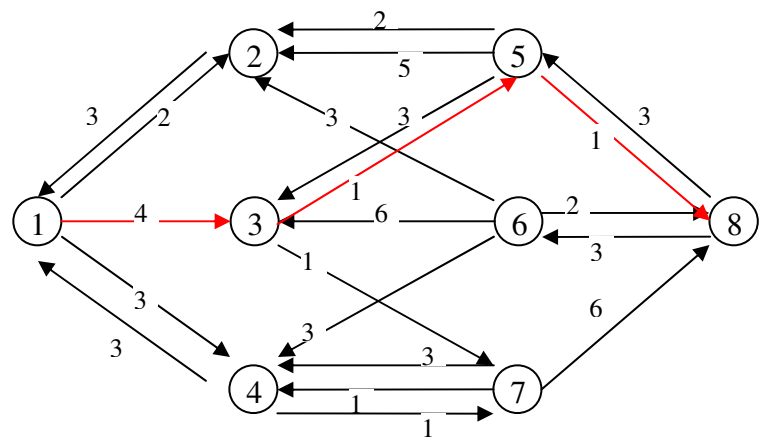
Se elige 1-4-6-8 con $\epsilon = 3$

G:



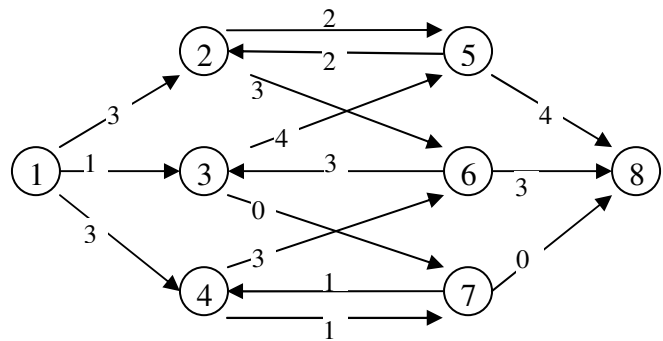
Iteración 3:

G':



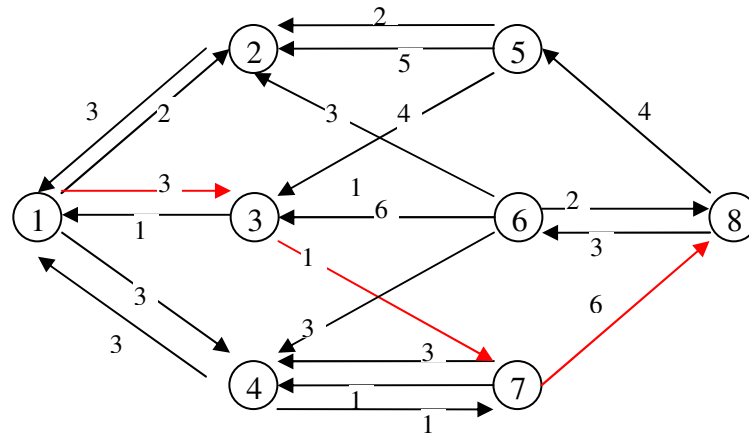
Se elige 1-3-5-8 con $\epsilon = 1$

G:



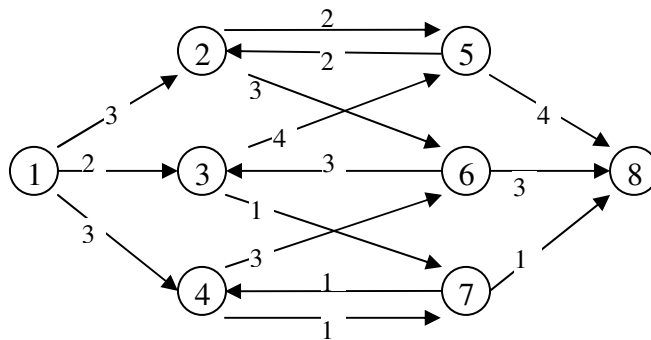
Iteración 4:

G':



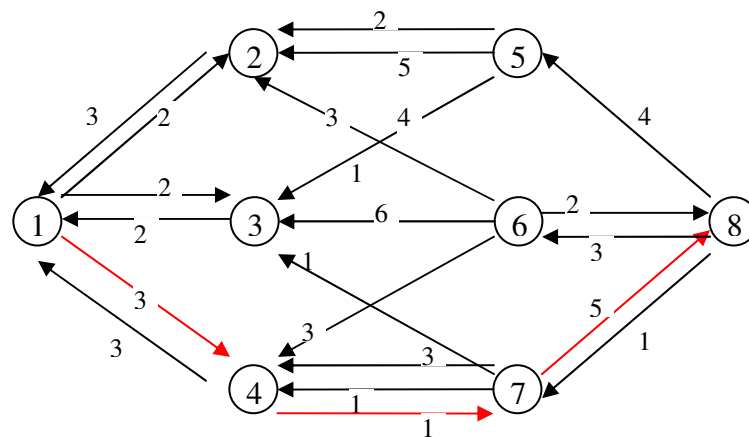
Se elige 1-3-7-8 con $\varepsilon = 1$

G:



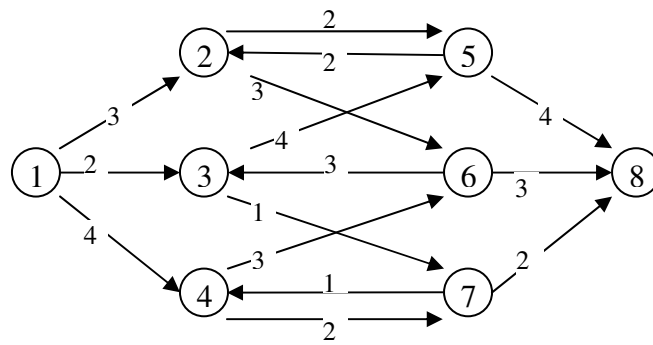
Iteración 5:

G':



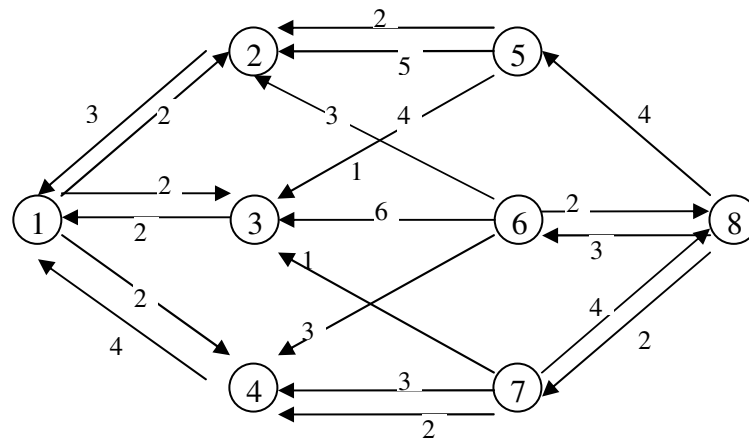
Se elige 1-4-7-8 con $\varepsilon = 1$

G:



Iteración 6:

G':

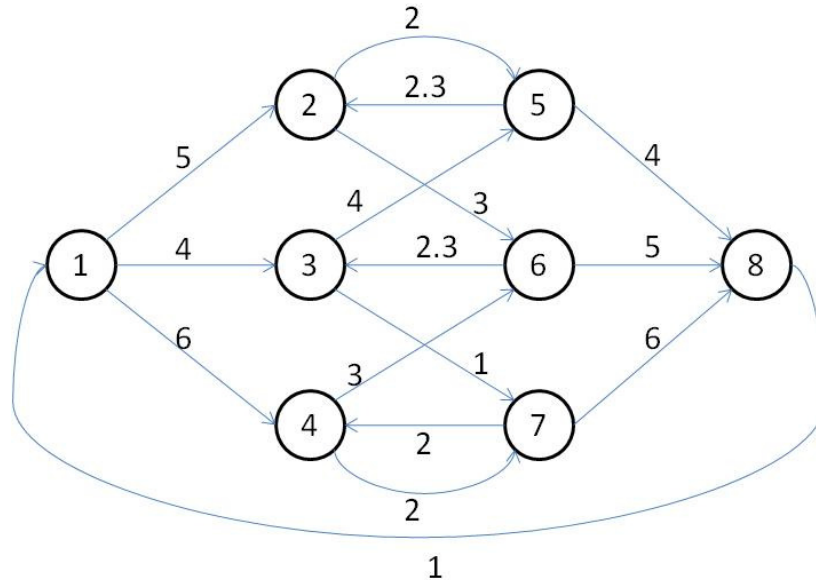


No existe ruta entre 1 y 8 → estamos en el óptimo, con flujo máximo 9.

2.

3 puntos (3,75 décimas cada iteración)

La red y sus costos asociados quedan:



Iteracion 0:

$S=\emptyset$; $T=V$

Solo se conoce la distancia al nodo 6, el resto son desconocidos.

$\Pi_6=0$; $\Pi_i=\infty$ $i \neq 6$

$\Rightarrow \min_{i \in T} \{ \Pi_i \} = 0$; $S=S \cup \{6\}$; $T=T/\{6\}$

Iteracion 1:

$S=\{6\}$; $T=V/\{6\}$

$\Pi_3 = \min\{\infty, 0+2.3\} = 2.3$ $L_3=6$;

$\Pi_8 = \min\{\infty, 0+5\} = 5$ $L_8=6$;

$\Pi_1 = \Pi_2 = \Pi_4 = \Pi_5 = \Pi_7 = \infty$

$\min_{i \in T} \{ \Pi_i \} = 2.3$; $\Rightarrow S=S \cup \{3\}$; $T=T/\{3\}$

Iteracion 2:

$S=\{3,6\}$; $T=\{1,2,4,5,7,8\}$

$\Pi_5 = \min\{\infty, 2.3+4\} = 6.3$ $L_5=3$;

$\Pi_7 = \min\{\infty, 2.3+1\} = 3.3$ $L_7=3$;

$\Pi_8=5$ $L_8=6$;

$\Pi_1 = \Pi_2 = \Pi_4 = \infty$

$\min_{i \in T} \{ \Pi_i \} = 3.3$; $\Rightarrow S=S \cup \{7\}$; $T=T/\{7\}$

Iteracion 3:

$$S=\{3,6,7\}; \quad T=\{1,2,4,5,8\}$$

$$\Pi_4=\min\{\infty, 3.3+2\}=5.3 \quad L_4=7;$$

$$\Pi_5=6.3 \quad L_5=3;$$

$$\Pi_8=\min\{5, 3.3+6\}=5 \quad L_8=6;$$

$$\Pi_1 = \Pi_2 = \infty$$

$$\text{Min}_{i \in T} \{ \Pi_i \} = 5; \quad \Rightarrow \quad S = S \cup \{8\}; \quad T = T / \{8\}$$

Iteracion 4:

$$S=\{3,6,7,8\}; \quad T=\{1,2,4,5\}$$

$$\Pi_1=\min\{\infty, 5+1\}=6 \quad L_1=8;$$

$$\Pi_4 = 5.3 \quad L_4=7;$$

$$\Pi_5=6.3 \quad L_5=3;$$

$$\Pi_2 = \infty$$

$$\text{Min}_{i \in T} \{ \Pi_i \} = 5.3; \quad \Rightarrow \quad S = S \cup \{4\}; \quad T = T / \{4\}$$

Iteracion 5:

$$S=\{3,4,6,7,8\}; \quad T=\{1,2,5\}$$

$$\Pi_1=6 \quad L_1=8;$$

$$\Pi_5=6.3 \quad L_5=3;$$

$$\Pi_2 = \infty$$

$$\text{Min}_{i \in T} \{ \Pi_i \} = 6; \quad \Rightarrow \quad S = S \cup \{1\}; \quad T = T / \{1\}$$

Iteracion 6:

$$S=\{1,3,4,6,7,8\}; \quad T=\{2,5\}$$

$$\Pi_2=\min\{\infty, 6+5\}=11 \quad L_2=1;$$

$$\Pi_5=6.3 \quad L_5=3;$$

$$\text{Min}_{i \in T} \{ \Pi_i \} = 6.3; \quad \Rightarrow \quad S = S \cup \{5\}; \quad T = T / \{5\}$$

Iteracion 7:

$$S=\{1,3,4,5,6,7,8\}; \quad T=\{2\}$$

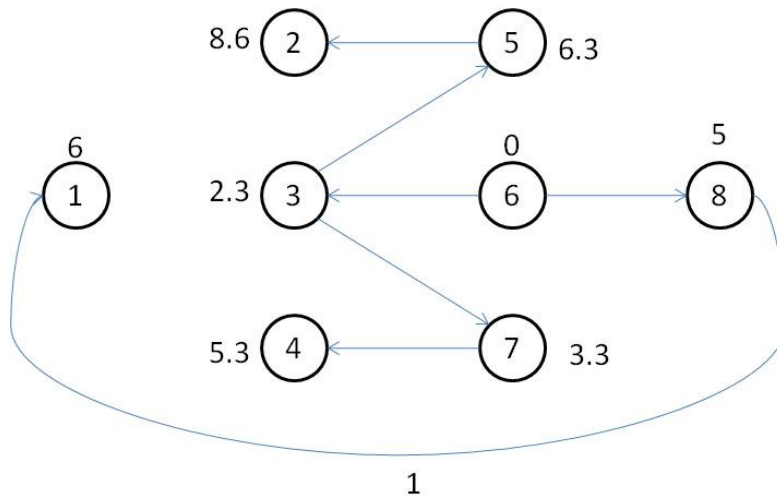
$$\Pi_2=\min\{11, 6.3+2.3\}=8.6 \quad L_2=5;$$

$$\text{Min}_{i \in T} \{ \Pi_i \} = 8.6; \quad \Rightarrow \quad S = S \cup \{2\}; \quad T = T / \{2\}$$

$\Rightarrow S=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ $T=\emptyset$

Se conoce la ruta mas corta desde el nodo 6 a cada nodo, por lo que el algoritmo termina.

La ruta mas corta a cada nodo, desde el nodo 6, queda:



Problema 2

1. Variables de Decisión: (1 pto. en total)

x_j : 1 si se construye un colegio en el sitio j . 0 en cualquier otro caso

$y_{i,j}$: 1 si el distrito i es asignado al colegio ubicado en el sitio j . 0 en cualquier otro caso

z : Máxima distancia entre un distrito y un colegio

2. Restricciones:

a) Cada distrito debe ser asignado a exactamente un colegio (0,5 ptos).

$$\sum_j y_{ij} = 1 \quad \forall i$$

b) Cada colegio no puede ser asignado a más de dos distritos (0,5 ptos).

$$\sum_i y_{ij} \leq 2 \quad \forall j$$

c) Sólo se puede asignar distrito i a colegio en sitio j si está construido (0,5 ptos).

$$y_{ij} \leq x_j \quad \forall i, j$$

d) Respetar presupuesto (0,5 ptos).

$$\sum_j (x_j c_j + f \sum_i y_{ij} p_i) \leq B$$

e) Capacidad máxima de alumnos por colegio (0,5 ptos).

$$\sum_i y_{ij} p_i \leq T_j \quad \forall j$$

f) Distritos s y t en distintos colegios (0,5 ptos).

$$y_{sj} + y_{tj} \leq 1 \quad \forall j$$

g) Establecer la máxima distancia recorrida (0,5 ptos).

$$z \geq y_{ij} d_{ij} \quad \forall i, j$$

h) Naturaleza de las variables (0,5 ptos).

$$\begin{aligned}x_i, y_{ij} &\in \{0, 1\} & \forall i, j \\z &\geq 0\end{aligned}$$

3. Función Objetivo: (1 pto)

Minimizar la máxima distancia entre un colegio y su distrito asociado.

Mín z

Nota de Corrección: De modelar el problema de una forma distinta (por lo general más extensa por poner más variables) redistribuir el puntaje de manera razonable.

Problema 3

1,5 ptos c/u

1. Se puede afirmar que el óptimo de la relajación lineal es el óptimo del problema de programación entera. Esto se debe a que la solución de la relajación lineal, a pesar de que no se le exige, cumple también con las restricciones de integralidad que fueron relajadas del problema de programación entera.
2. No se puede afirmar que sea el óptimo del problema general pues se pueden presentar varias situaciones:
 - a. Si en la otra rama también da una solución entera, el óptimo del problema general es el de la rama con mejor valor en la función objetivo.
 - b. Si en la otra rama la solución no es entera y el valor de la función objetivo es peor que el de la rama con solución entera, entonces la rama con solución entera es el óptimo pues ramificar la otra rama sólo empeorará el valor de la función objetivo.
 - c. Si en la otra rama la solución no es entera pero el valor de la función objetivo es mejor que el de la rama con solución entera, entonces se debe ramificar la rama y no se puede afirmar que sea el óptimo del problema general.
3. Es cierto que un problema de programación entera se puede resolver con un número finito de problemas lineales, pero no es necesariamente cierto que el número de problemas lineales que se tenga que resolver sea polinomial en función del tamaño de la instancia del problema original. Es decir, es posible que para alguna instancia específica sea necesario examinar una cantidad exponencial de ramas y subproblemas en función del tamaño de la instancia. La afirmación es falsa pues de lo contrario programación entera sería polinomial.
4. Si hay arcos con costo negativo hay casos en que el algoritmo de Dijkstra no encuentra la ruta más corta. Por ejemplo para el siguiente grafo, si se busca la ruta más corta del nodo 1 al nodo 3, Dijkstra encuentra que la ruta más corta es ir directamente del nodo 1 al 3 con costo 2. Sin embargo, existe una ruta de costo menor que es ir del nodo 1 al 2 y luego del nodo 2 al 3, con costo 1.

